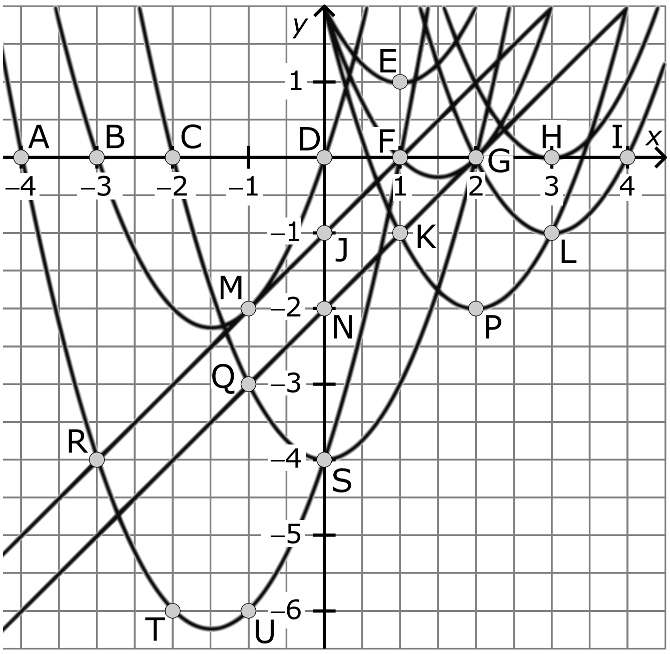
Aufgabenset 4 „Funktionen”

Wähle mindestens fünf der folgenden Aufgaben aus und bearbeite sie.
Für die Bearbeitung hast du 20 min Zeit – bitte in Einzelarbeit.

1) Wähle mindestens drei geeignete Gleichungen aus. Gib an, welche der Punkte **A** bis **U** dazu passen.

$x^2-4=0$, $x^2-4=x-2$,
$x^2-6x+8=0$, $(x-3)^2=0$,
$x^2+3x=x-1$, $x^2+3x=0$,
$(x-3)^2-1=0$,
$(x+4)\cdot(x-1)=0$,
$x^2+3x-4=x-1$,
$x^2-2x+2=0$,
$x^2-3x+2=0$,
$x^2-4x+2=0$.



2) Wähle in **1)** mindestens drei Gleichungen aus und löse sie, wenn möglich.

3) Gib den Scheitelpunkt und die Nullstellen von $f(x)=(x-4)^2-9$ an.

4) $(x-4)\cdot(x-6)=0$. Marvin multipliziert aus: $x^2-10x+24=0$. Cem sagt: "*Ich lese einfach ab*: 4 *und* 6". Erkläre, warum Cems Lösungen richtig sind.

5) Gib wie in **4)** eine quadratische Gleichung mit den Lösungen 3 und –5 an.

6) Kennzeichne die Fehler. Gib jeweils die Lösungen richtig an.

$$x^2-6x+8=0$$
$$x_1=-3-\sqrt{9-8}=-4$$
$$x_2=-3+\sqrt{9-8}=-2$$

$$x^2=4 \quad \Big|\sqrt{\;}$$
$$x=2$$

$$x^2+3x=0 \quad \big|:x$$
$$x+3=0 \quad \big|-3$$
$$x=-3$$

$$x^2+3x-4=0$$
$$x_1=-3-\sqrt{9-4}$$
$$x_1=-3-\sqrt{5}$$
$$x_2=-3+\sqrt{5}$$

7) Gib jeweils eine Gleichung aus **1)** mit der genannten Eigenschaft an.

a) reinquadratisch **b)** Eine Lösung ist 0. **c)** Es gibt nur eine Lösung.
d) zwei irrationale Lösungen **e)** faktorisierte Form **f)** Es gibt keine Lösung.

8) $f_1(x)=x^2-5x+6$, $f_2(x)=-0{,}5x^2+2{,}5x-3$, $f_3(x)=0{,}25x^2-1{,}25x+1{,}5$

Gib f_4 an. Beschreibe, wie die Parabel und ihre Nullstellen sich verändern.

9) Erkläre: Vertikal unter (über) dem Punkt _genau in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen_ einer Parabel _liegt der Scheitelpunkt_, z. B. **G**, **I**, **H**, **L**.

10) Die Lösungen einer quadratischen Gleichung der Form $x^2+p\cdot x+q=0$ sollen x_1 und x_2 heißen. $\boxed{\text{Satz von Vieta: } x_1\cdot x_1=q \text{ und } -(x_1+x_1)=p}$

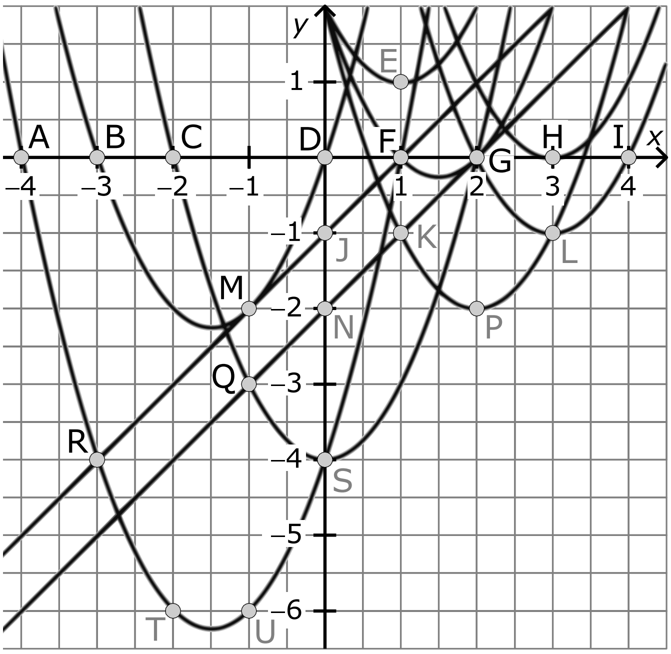
Führe mit Hilfe dieses Satzes die Probe durch:
Sind $1+\sqrt{3}$ und $1-\sqrt{3}$ die Lösungen der Gleichung $x^2-2\cdot x-2=0$?

Hilfsmittel: Taschenrechner, auch zum Lösen von Gleichungen und für Wertetabellen; Formelsammlung

Lösungen zum Aufgabenset 4 „Funktionen ”

Vergleiche deine Lösungen mit dem Lösungsblatt. Dafür hast du 5 min Zeit. Überlege dir, welche Aufgaben zusätzlich an der Tafel besprochen werden sollen.

1) Wähle mindestens drei geeignete Gleichungen aus. Gib an, welche der Punkte A bis K dazu passen.



C und **G** $x^2 - 4 = 0$

Q und **G** $x^2 - 4 = x - 2$

G und **I** $x^2 - 6x + 8 = 0$

H $(x-3)^2 = 0$

M $x^2 + 3x = x - 1$

B und **D** $x^2 + 3x = 0$

G und **I** $(x-3)^2 - 1 = 0$

A und **F** $(x+4)\cdot(x-1) = 0$

R und **F** $x^2 + 3x - 4 = x - 1$

$x^2 - 2x + 2 = 0$ hat keine Lösung; siehe Parabel mit Scheitelpunkt **E** (1 | 1).

F und **G** $x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 - 4x + 2 = 0$ hat irrationale Lösungen. Die Schnittpunkte mit der x-Achse sind nicht gekennzeichnet, siehe Parabel mit Scheitelpunkt **P** (2 | –2).

2) $x^2 - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-2)\cdot(x+2) = 0$ hat die Lösungsmenge L = { –2 ; 2 }.

$x^2 - 4 = x - 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0$ hat die Lösungsmenge L = { –1 ; 2 }.

$x^2 - 6x + 8 = 0$ hat die Lösungsmenge L = { 2 ; 4 }.

$(x-3)^2 = 0$ hat nur eine Lösung: $x = 3$. Die Lösungsmenge ist L = { 3 }.

$x^2 + 3x = x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \quad (x+1)^2 = 0$ L = { –1 }

$x^2 + 3x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x\cdot(x+3) = 0$ hat die Lösungsmenge L = { –3 ; 0 }.

$(x-3)^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-3)^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x - 3 = 1$ oder $x - 3 = -1$ L = { 2 ; 4 }

$(x+4)\cdot(x-1) = 0$ hat die Lösungsmenge L = { –4 ; 1 }.

$x^2 + 3x - 4 = x - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x - 4 = 0$ L = { –3 ; 1 }

$x^2 - 2x + 2 = 0$ Die Diskriminante $1^2 - 2 = -1$, der Ausdruck unter der Wurzel in der Lösungsformel, ist negativ. Es gibt keine Lösung. L = { }.

$x^2 - 3x + 2 = 0$ hat die Lösungsmenge L = { 2 ; 1 }.

$x^2 - 4x + 2 = 0$ hat die Lösungsmenge L = { $2 - \sqrt{2}$; $2 + \sqrt{2}$ }.

3) Der Scheitelpunkt von $f(x) = (x-4)^2 - 9$ ist S (4 | –9).

Nullstellen: Aus $(x-4)^2 - 9 = 0$ erhält man $(x-4)^2 = 9$.

Aus $x - 4 = 3$ oder $x - 4 = -3$

folgt $x = 7$ oder $x = 1$.

Lösungen zum Aufgabenset 4 „Funktionen "

Vergleiche deine Lösungen mit dem Lösungsblatt. Dafür hast du 5 min Zeit. Überlege dir, welche Aufgaben zusätzlich an der Tafel besprochen werden sollen.

4) $(x-4)\cdot(x-6)=0$ hat die Lösungen $+4$ und $+6$. Setzt man 4 ein, wird die erste Klammer 0. Setzt man 6 ein, wird die zweite Klammer 0.

5) $(x-3)\cdot(x+5)=0$ hat die Lösungen $+3$ und -5. Siehe Lösung **4)**.

6)

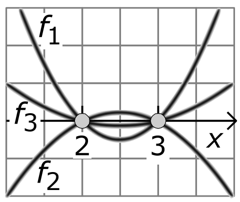
$x^2-6x+8=0$ $x_1=-3-\sqrt{9-8}=-4$ $x_2=-3+\sqrt{9-8}=-2$ $x^2-6x+8=0$ $x_1=+3-\sqrt{9-8}=2$ $x_2=+3+\sqrt{9-8}=4$	$x^2=4 \quad \mid \sqrt{}$ $x=2$ Die zweite Lösung -2 fehlt! Auch $(-2)\cdot(-2)$ ergibt $+4$. siehe Lösung **2)**	$x^2+3x=0 \quad \mid :x$ $x+3=0 \quad \mid -3$ $x=-3$ x ausklammern! Durch x dividieren ist nicht definiert, da $x=0$ sein kann. Lösung $x=0$ fehlt! siehe Lösung **2)**	$x^2+3x-4=0$ $x_1=-3-\sqrt{9-4}$ $x_1=-3-\sqrt{5}$ $x_2=-3+\sqrt{5}$ $x^2+3x-4=0$ $x_1=-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}+4}$ $x_1=-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{25}{4}}=-4$ $x_2=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=1$

7)
a) reinquadratisch: $x^2-4=0$
b) Eine Lösung ist 0: $x^2+3x=0$
c) Es gibt nur eine Lösung: $(x-3)^2=0$ und $x^2+3x=x-1$
d) zwei irrationale Lösungen: $x^2-4x+2=0$
e) faktorisierte Form: $(x+4)\cdot(x-1)=0$ und $(x-3)^2=0$
f) Es gibt keine Lösung: $x^2-2x+2=0$

8) $f_1(x)=x^2-5x+6$, $f_2(x)=-0{,}5x^2+2{,}5x-3$, $f_3(x)=0{,}25x^2-1{,}25x+1{,}5$

Man geht von f_3 aus und multipliziert mit $(-0{,}5)$. Alle Vorzeichen ändern sich, die Beträge aller Zahlen werden halbiert. Die nächste Funktion ist $f_4(x)=-0{,}125x^2+0{,}625x-0{,}75$.

Die Parabeln sind abwechselnd nach oben und nach unten geöffnet, sie werden "breiter" (immer stärker gestaucht). Alle Parabeln haben die Nullstellen 2 und 3.



9) In der Mitte zwischen den beiden Lösungen der Gleichung $x^2+p\cdot x+q=0$,

$x_1=-\frac{p}{2}-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$ und $x_2=-\frac{p}{2}+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$, liegt die Zahl $x=-\frac{p}{2}$. Der Scheitelpunkt der Parabel $f(x)=x^2+p\cdot x+q=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q$ liegt an der Stelle $x=-\frac{p}{2}$. Eine vertikale Gerade durch $x=-\frac{p}{2}$ ist Symmetrieachse.

10) $x^2-2\cdot x-2=0$

$L=\{\,1-\sqrt{3}\;;\;1+\sqrt{3}\,\}$

$\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)=1^2-\sqrt{3}^2=1-3=-2=q$

$\left(1+\sqrt{3}\right)+\left(1-\sqrt{3}\right)=1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=2=-p$

Das Produkt der beiden Lösungen ergibt "q", die Summe ergibt "$-p$".
Multiplizieren der zweiten Gleichung mit (-1) ergibt $p=-2$.

Was kannst du aus diesen Übungsaufgaben lernen? Was solltest du für den MSA über Funktionen wissen, was solltest du können?

Inhalte des Aufgabensets 4 „Funktionen "

	Funktionsgleichungen ablesen / zuordnen
Ich kann einem Graphen eine Funktionsgleichung zuordnen und umgekehrt.	
	Bestimmungsgleichung aufstellen / zuordnen
$f(x)=0$ $f(x)=g(x)$	Ich weiß, mit welchem Ansatz ich eine Gleichung aufstelle, um die Nullstellen eines Graphen (die Schnittpunkte mit der *x*-Achse) oder die Schnittpunkte zweier Graphen zu bestimmen. Ich kann in einer Abbildung die Schnittpunkte den Gleichungen sowie die Graphen den Gleichungen zuordnen.
	quadratische Gleichungen lösen
$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2 = -\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$ $-\frac{p}{2}-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$ $-\frac{p}{2}+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$	Ich kann quadratische Gleichungen durch quadratische Ergänzung lösen. Ich kann quadratische Gleichungen in die Normalform $1\cdot x^2+p\cdot x+q=0$ bringen. Wenn ich die Lösungsformel anwende, achte ich auf das Umkehren der Vorzeichen bei den Zahlen *p* und *q* für $-\frac{p}{2}$ und für $-q$. Ich beachte $\left(\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}$.
Spezialfälle: reinquadratisch ($p = 0$), x ausklammern ($q = 0$)	
$x^2+q=0$ Hier ist $p=0$.	Ich vergesse bei reinquadratischen Gleichungen die zweite (negative) Lösung nicht. Durch die dritte binomische Formel wird es deutlicher: $x^2-4=0 \Leftrightarrow (x-2)\cdot(x+2)=0$ Die erste Klammer wird 0 für $x=2$, die zweite Klammer wird 0 für $x=-2$.
$x^2+p\cdot x=0$ Hier ist $q=0$.	Wenn $q=0$ ist, kann ich *x* ausklammern: $x^2+p\cdot x=x\cdot(x+p)=0$ Die erste Lösung ist $x=0$, die zweite Lösung ist $x=-p$.
	faktorisierte Form
$(x-x_1)\cdot(x-x_2)=0$ $(x-3)\cdot(x+5)=0$	Wenn die quadratische Gleichung in faktorisierter Form vorliegt wie $(x-3)\cdot(x+5)=0$, dann multipliziere ich nicht aus. Ich überlege, für welchen Wert von *x* die erste Klammer den Wert 0 annimmt und für welchen Wert von *x* die zweite Klammer den Wert 0 annimmt. Das sind +3 und −5.
	Satz vom Nullprodukt
Ein Produkt wird 0, wenn einer der Faktoren den Wert 0 annimmt. Dieser Satz wird bei den drei Spezialfällen angewendet (dritte binomische Formel, *x* ausklammern, faktorisierte Form). Achtung, bei $(x-3)^2-1=0$ ist dieser Satz nicht anwendbar!	
Taschenrechner-Sonderfunktion zum Lösen quadratischer Gleichungen	
Wenn mein Taschenrechner eine eingebaute Funktion zum Lösen quadratischer Gleichungen hat, darf ich sie bei den Komplexaufgaben verwenden. Ich muss das Gerät aber sicher bedienen können.	