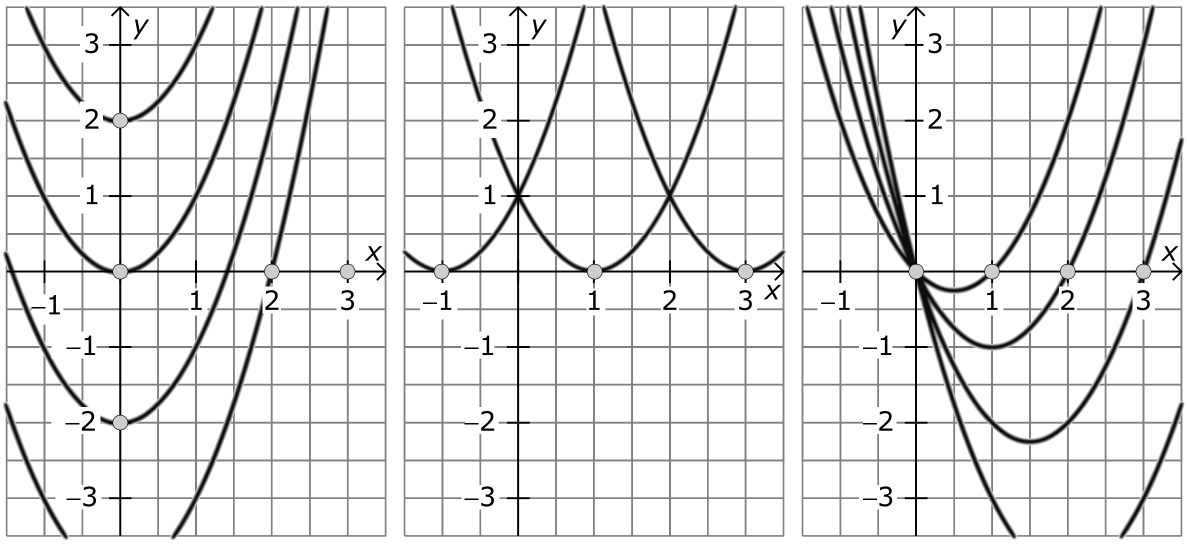
Aufgabenset 5 „Funktionen"

Wähle mindestens fünf der folgenden Aufgaben aus und bearbeite sie.
Für die Bearbeitung hast du 20 min Zeit – bitte in Einzelarbeit.



1) Özlem zeichnet eine Parabel. Von (3 | –1) aus zählt sie 1 cm nach rechts und 1 cm nach oben ab. Sie markiert diesen Punkt. *Von dort* zählt sie 1 cm nach rechts und 3 cm nach oben ab, *von dort* 1 rechts und 5 nach oben.

a) Gib die Koordinaten des zweiten, des dritten und des vierten Punktes an.

b) Gib die Koordinaten weiterer Punkte der Parabel an, die Özlem zeichnet.

c) Gib den Funktionsterm dieser Parabel an.

2) Ergänze mindestens fünf fehlende Werte sowie die Funktionsterme:

x	–5		–3		–1	0	1	2	3	4	5
	25		9	4	1	0	1	4	9	16	25
	64	49		25	16		4	1			4
	63	48		24		8	3				3

3) Gib zu mindestens zwei der drei Abbildungen alle Funktionsterme an.

4) Gib jeweils den Funktionsterm einer Parabel mit dieser Eigenschaft an:

a) mit dem Scheitelpunkt (2 | –4), **b)** mit dem *y*-Achsenabschnitt +3,

c) mit den Nullstellen 1 und 3, **d)** mit Eigenschaft **a)** *und* **c)**.

5) Nenne den Vorteil, den diese Form der Parabelgleichung jeweils bietet:

a) Scheitelpunktform **b)** allgemeine Form **c)** faktorisierte Form

6) Beschreibe und erkläre die Zusammenhänge zwischen den Werten in **2)**.

7) Wähle *eine* der drei Abbildungen aus und beschreibe sie.

8) Beschreibe, was mit dem Ansatz $(x-1)^2 = (x-3)^2$ berechnet werden soll.

9) Alle Graphen werden an einer der Koordinatenachsen (*x* oder *y*) gespiegelt.

a) Entscheide jeweils, ob sich dadurch das Aussehen der Abbildung ändert.

b) Gib für eine der drei Abbildungen die veränderten Funktionsterme an.

10) Wähle eine der drei Abbildungen aus. Alle Funktionsterme werden mit –0,25 multipliziert. Beschreibe, wie sich die Graphen dadurch verändern.

Hilfsmittel: Taschenrechner, auch zum Lösen von Gleichungen und für Wertetabellen; Formelsammlung

Lösungen zum Aufgabenset 5 „Funktionen "

Vergleiche deine Lösungen mit dem Lösungsblatt. Dafür hast du 5 min Zeit. Überlege dir, welche Aufgaben zusätzlich an der Tafel besprochen werden sollen.

1)

a)

+1 +1 +1

x	3	4	5	6
y	-1	0	3	8

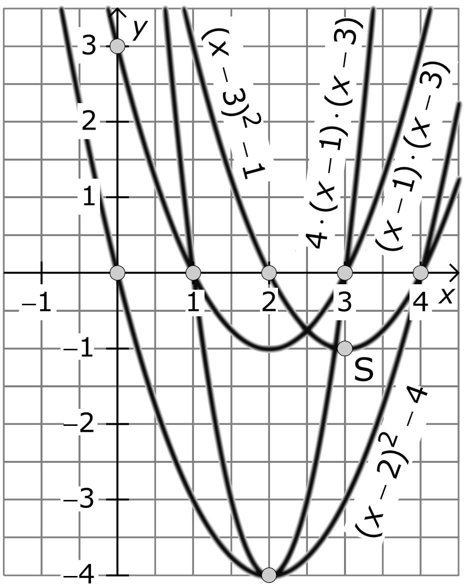
+1 +3 +5

Vom Scheitelpunkt (3 | −1) aus wird x in Einerschritten erhöht. Dabei nimmt y um 1, 3, 5, 7, ... zu. Die y-Werte

b) nehmen ebenfalls um 1, 3, 5, ... zu, wenn man von S aus in Einerschritten nach links geht.

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	***3***	4	5
y	63	48	35	24	15	8	3	0	***−1***	0	3

c) Özlem zeichnet eine nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt S (3 | −1). $(x-3)^2-1$ oder x^2-6x+8



2)

x	−5	**−4**	−3	**−2**	−1	0	1	2	3	4	5
x^2	25	***16***	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$(x-3)^2 = x^2-6x+9$	64	49	***36***	25	16	***9***	4	1	***0***	***1***	4
$(x-3)^2-1 = x^2-6x+8$	63	48	***35***	24	***15***	8	3	***0***	***−1***	***0***	3

3) **linkes Bild**, von oben nach unten: x^2+2, x^2, x^2-2, x^2-4

mittleres Bild, von links nach rechts: $(x+1)^2$, $(x-1)^2$, $(x-3)^2$

rechtes Bild, von li. nach re.: $x\cdot(x-1)$, $x\cdot(x-2)$, $x\cdot(x-3)$, $x\cdot(x-4)$

4) **a)** z.B. $(x-2)^2-4$ oder $-(x-2)^2-4$ **b)** z.B. x^2+3 oder x^2+6x+9

c) z.B. $(x-1)\cdot(x-3) = x^2-4x+3$

d) Die Parabel aus **c)** hat passende Nullstellen, aber den Scheitelpunkt (2 | −1). Durch Streckung mit dem Faktor 4 erhält man den Scheitelpunkt (2 | −4). Der Term muss mit 4 multipliziert werden: $4\cdot(x-1)\cdot(x-3) = 4x^2-16x+12$.

5) **a)** Aus der Scheitelpunktform kann man die Koordinaten des Scheitelpunktes unmittelbar ablesen.

b) Aus der allgemeinen Form kann man den Schnittpunkt mit der y-Achse unmittelbar ablesen.

c) Falls die Parabel Nullstellen hat, kann man aus der faktorisierten Form die Nullstellen bzw. die Schnittpunkte mit der x-Achse unmittelbar ablesen.

6) Die **erste Zeile** der Tabelle gibt x von −5 bis +5 in Einerschritten an. Die **zweite Zeile** der Tabelle stellt die Funktionswerte von x^2 dar. Deshalb treten von 0 an nach rechts die Quadratzahlen auf. Da das Quadrat einer negativen Zahl positiv ist, treten auch nach links von 0 an die Quadratzahlen auf. In der **dritten Zeile** der Tabelle tritt die Zahl 0 drei Felder weiter rechts auf. Von der 0 aus nach links und nach rechts findet man wieder die Quadratzahlen.

bitte wenden

Lösungen zum Aufgabenset 5 „Funktionen "

Vergleiche deine Lösungen mit dem Lösungsblatt. Dafür hast du 5 min Zeit. Überlege dir, welche Aufgaben zusätzlich an der Tafel besprochen werden sollen.

... Es sind die Funktionswerte der nach rechts verschobenen Parabel $(x-3)^2$.

In der **untersten Zeile** sind alle Zahlen um eins kleiner als in der dritten Zeile. Es sind die Funktionswerte der nach rechts und nach unten verschobenen Parabel $(x-3)^2-1$ mit dem Scheitelpunkt (3 | −1).

7) Das **linke Bild** zeigt die nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt (0 | 0) sowie drei weitere vertikal verschobene, nach oben geöffnete Normalparabeln mit den Scheitelpunkten (0 | 2), (0 | −2) und (0 | −4).

Das **mittlere Bild** zeigt drei nach oben geöffnete, horizontal verschobene Normalparabeln mit den Scheitelpunkten (−1 | 0), (1 | 0) und (3 | 0).

Das **rechte Bild** zeigt drei nach oben geöffnete, horizontal und vertikal verschobene Normalparabeln. Alle Graphen gehen durch den Punkt (0 | 0), der zweite Schnittpunkt der Parabeln mit der *x*-Achse ist (1 | 0) bzw. (2 | 0) bzw. (3 | 0) bzw. (4 | 0).

8) Mit dem Ansatz $(x-1)^2=(x-3)^2$ kann der Schnittpunkt der Parabeln $(x-1)^2$ und $(x-3)^2$ bestimmt werden. Es gibt nur einen: (2 | 1), s. mittlere Abbildung.

9)

Spiegelung	an der *x*-Achse	an der *y*-Achse
linkes Bild	Alle Parabeln sind nach unten geöffnet; nicht sichtbar: veränderte Scheitelpunkte! $-x^2-2$, $-x^2$, $-x^2+2$, $-x^2+4$	keine sichtbare Änderung: $(-x)^2+2$, $(-x)^2$, $(-x)^2-2$, $(-x)^2-4$
mittleres Bild	Alle Parabeln sind nach unten geöffnet, Scheitelpunkte bleiben: $-(x+1)^2$, $-(x-1)^2$, $-(x-3)^2$	Die rechte Parabel hat als neuen Scheitelpunkt (−3 | 0), die linken werden vertauscht: $(-x+1)^2$, $(-x-1)^2$, $(-x-3)^2$
rechtes Bild	Die Schnittpunkte mit der *x*-Achse bleiben unverändert, alle Parabeln sind nach unten geöffnet. $-x\cdot(x-1)$, $-x\cdot(x-2)$, $-x\cdot(x-3)$, $-x\cdot(x-4)$	Die neuen Nullstellen sind negativ, ihr Betrag bleibt gleich. $-x\cdot(-x-1)$, $-x\cdot(-x-2)$, $-x\cdot(-x-3)$, $-x\cdot(x-4)$

10) Alle Parabeln werden gestaucht ("breiter") und sind nach unten geöffnet.

linkes Bild: Die Scheitelpunkte liegen weiterhin auf der *y*-Achse. Der Scheitelpunkt (0 | 0) bleibt. Die *y*-Koordinaten der anderen Scheitelpunkte wechseln das Vorzeichen, der Betrag schrumpft auf ein Viertel.

mittleres Bild: Die Scheitelpunkte liegen unverändert auf der *x*-Achse.

rechtes Bild: Der Schnittpunkt aller Graphen bleibt in (0 | 0). Jeder Graph behält seinen zweiten Schnittpunkt mit der x-Achse unverändert. Die *y*-Koordinaten der Scheitelpunkte wechseln das Vorzeichen, der Betrag schrumpft auf ein Viertel. Sie liegen oberhalb der *x*-Achse, aber in kleinerem Abstand.